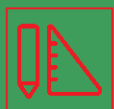




教辅图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

全品学练考

AI智慧升级版

主编 肖德好

练习册

高中数学

必修第一册 RJA



本书为智慧教辅升级版

“讲题智能体”支持学生聊着学，扫码后哪里不会选哪里；随时随地想聊就聊，想问就问。



长江出版传媒
崇文书局

01

目录设置符合一线上课需求，详略得当，拓展有度

3.1 函数的概念及其表示

3.1.1 函数的概念

第1课时 函数的概念（一）

第2课时 函数的概念（二）

3.1.2 函数的表示法

第1课时 函数的表示法

第2课时 分段函数

3.2 函数的基本性质

3.2.1 单调性与最大（小）值

第1课时 函数的单调性

第2课时 利用单调性求最值

3.2.2 奇偶性

第1课时 奇偶性的概念

第2课时 奇偶性的应用

滚动习题（四）[范围 3.1~3.2]

3.3 幂函数

拓展微课（一） 对勾函数的图象与性质

3.4 函数的应用（一）

拓展微课（二） 函数的对称性

滚动习题（五）[范围 3.1~3.4]

02

【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

课中探究

考点探究 素养小结

◆ 探究点三 利用集合间的关系求参

例3 已知集合 $A = \{x | a < x < a+1\}$, $B = \{x | -2 \leq x \leq 0\}$.

(1)若 $a=1$,求 $A \cup B$;

(2)在① $A \cup B = B$, ② $(\complement_{\mathbb{R}} B) \cap A = \emptyset$, ③ $B \cup (\complement_{\mathbb{R}} A) = \mathbb{R}$ 这三个条件中任选一个作为已知条件,求实数 a 的取值范围.

变式 (1)设 $U = \mathbb{R}$,集合 $A = \{x | x^2 + 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + (m+1)x + m = 0\}$,若 $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$,则实数 $m =$ _____.

(2)已知全集 $U = \mathbb{R}$,集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | a+1 \leq x \leq 2a-1\}$,且 $A \subseteq \complement_U B$,求实数 a 的取值范围.

[素养小结]

由集合的补集求解参数的方法:

(1)当集合中元素个数有限时,可利用补集定义并结合集合知识求解.

(2)当集合中元素个数无限时,一般利用数轴分析法求解.

拓展 设全集 $U = \mathbb{R}$,集合 $A = \{x | x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 5\}$, $B = \{x | x \leq 2\}$.

(1)求 $\complement_U (A \cup B)$;

(2)记 $\complement_U (A \cup B) = D$, $C = \{x | 2a-3 \leq x \leq -a\}$,若 $C \cap D = C$,求 a 的取值范围.

03

本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ 题型七 三角函数求值

[类型总述] 三角函数求值主要有三种类型：

(1)给角求值；(2)给值求值；(3)给值求角。

例 9 (1)[2024·新课标 I 卷] 已知 $\cos(\alpha+\beta)=m$, $\tan \alpha \tan \beta=2$, 则 $\cos(\alpha-\beta)=$ ()

- A. $-3m$ B. $-\frac{m}{3}$
C. $\frac{m}{3}$ D. $3m$

(3)[2024·四川成都树德中学高一期中] 求值：

$$\frac{\sin 50^\circ(1+\sqrt{3}\tan 10^\circ)\cos 80^\circ}{\sqrt{1-\cos 20^\circ}}=$$
 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

◆ 题型八 三角恒等变换与三角函数的综合

问题

[类型总述] (1)辅助角公式、倍角公式；(2)利用三角函数的图象特征求解析式与性质；(3)根据三角函数性质求参数值或范围。

例 10 [2025·长春东北师大附中高一期末] 已知函数 $f(x)=2\sqrt{3}\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-x\right)-2\cos^2x-\sqrt{3}+1$.

(1)求 $f(x)$ 的单调递减区间；

(2)若 $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{6}, m\right]$ 上存在最小值, 求实数 m 的取值范围.

04

科学分层设置作业，注重难易比例分配，兼顾基础性和综合性应用

基础巩固

1. 下列对象的全体可以组成集合的是 ()

- A. 人口密度大的国家
B. 所有美丽的城市
C. 地球上的四大洋
D. 优秀的高中生

综合提升

10. 已知集合 $P=\{x|x=2k, k\in\mathbf{Z}\}$, $Q=\{x|x=2k-1, k\in\mathbf{Z}\}$, $M=\{x|x=4k+1, k\in\mathbf{Z}\}$, 且 $a\in P, b\in Q$, 则 ()

- A. $a+b\in P$ B. $a+b\in Q$
C. $a+b\in M$ D. 以上都不对

思维探索

15. 已知有限集 $A=\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$, 定义集合 $B=\{a_i+a_j|1\leq i<j\leq n, i, j\in\mathbf{N}^*\}$ 中的元素个数为集合 A 的“容量”, 记为 $L(A)$. 若集合 $A=\{x\in\mathbf{N}^*|1\leq x\leq 4\}$, 则 $L(A)=$; 若集合 $A=\{x\in\mathbf{N}^*|1\leq x\leq 2n, n\in\mathbf{N}^*\}$, 且 $L(A)=8097$, 则正整数 n 的值是 .

05

精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

I 滚动习题 (一)

范围 1.1~1.3

(时间:45 分钟 分值:105 分)

一、单项选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

1. 已知集合 $A=\{4,5,6\}$, $B=\{3,6,5\}$, 则 $A\cup B=$ ()

- A. $\{3,4,5,6\}$ B. $\{5,6\}$
C. $\{3,4,6\}$ D. $\emptyset$

二、多项选择题(本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分)

8. 已知非空集合 M 满足:① $M\subseteq\{-2,-1,1,2,3,4\}$;②若 $x\in M$, 则 $x^2\in M$. 则集合 M 可能是 ()

- A. $\{-1,1\}$ B. $\{-1,1,2,4\}$
C. $\{1\}$ D. $\{1,-2,4\}$

三、填空题(本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分)

10. 已知集合 $A=\{(x,y)|x+y=4, x,y\in\mathbf{N}^*\}$, 则 A 的真子集有 个.

四、解答题(本大题共 3 小题,共 43 分)

13. (13 分)已知集合 $A=\{x|2a\leq x\leq a+3\}$, $B=\{x|-1\leq x\leq 7\}$, $C=\{x|x<1 \text{ 或 } x>3\}$.

(1)当 $a=-1$ 时,求 $(A\cap B)\cup C$;

(2)若 $A\cup C=\mathbf{R}$, 且 a 为整数,求 $\complement_{\mathbf{R}}A$.

CONTENTS



目录

01 第一章 集合与常用逻辑用语

PART ONE

1.1 集合的概念	001
1.2 集合间的基本关系	003
1.3 集合的基本运算	005
第1课时 集合的并集、交集	005
第2课时 集合的全集、补集	007
▶ 滚动习题（一）[范围 1.1~1.3]	009
1.4 充分条件与必要条件	011
1.4.1 充分条件与必要条件	011
1.4.2 充要条件	013
1.5 全称量词与存在量词	015
1.5.1 全称量词与存在量词	015
1.5.2 全称量词命题和存在量词命题的否定	017
▶ 滚动习题（二）[范围 1.4~1.5]	019

02 第二章 一元二次函数、方程和不等式

PART TWO

2.1 等式性质与不等式性质	021
第1课时 不等关系与不等式	021
第2课时 等式性质与不等式性质	023
2.2 基本不等式	025
第1课时 利用基本不等式求最值	025
第2课时 基本不等式的简单应用	027
2.3 二次函数与一元二次方程、不等式	029
第1课时 二次函数与一元二次方程、不等式	029
第2课时 一元二次不等式的简单应用	031
▶ 滚动习题（三）[范围 2.1~2.3]	033

03 第三章 函数的概念与性质

PART THREE

3.1 函数的概念及其表示	035
3.1.1 函数的概念	035
第1课时 函数的概念（一）	035
第2课时 函数的概念（二）	037
3.1.2 函数的表示法	039
第1课时 函数的表示法	039
第2课时 分段函数	041
3.2 函数的基本性质	043
3.2.1 单调性与最大（小）值	043
第1课时 函数的单调性	043
第2课时 利用单调性求最值	045
3.2.2 奇偶性	047
第1课时 奇偶性的概念	047
第2课时 奇偶性的应用	049
▶ 滚动习题（四）[范围 3.1~3.2]	051
3.3 幂函数	053
拓展微课（一） 对勾函数的图象与性质	055
3.4 函数的应用（一）	057
拓展微课（二） 函数的对称性	059
▶ 滚动习题（五）[范围 3.1~3.4]	061

04 第四章 指数函数与对数函数

PART FOUR

4.1 指数	063
4.1.1 n 次方根与分数指数幂	063
4.1.2 无理数指数幂及其运算性质	063
4.2 指数函数	065
4.2.1 指数函数的概念	065
4.2.2 指数函数的图象和性质	067
第1课时 指数函数的图象和性质	067
第2课时 指数函数的图象及其性质的应用	069
▶ 滚动习题（六）[范围 4.1~4.2]	071

4.3 对数	073	滚动习题(九) [范围 5.1~5.3]	111
4.3.1 对数的概念	073	5.4 三角函数的图象与性质	113
4.3.2 对数的运算	075	5.4.1 正弦函数、余弦函数的图象	113
4.4 对数函数	077	5.4.2 正弦函数、余弦函数的性质	115
4.4.1 对数函数的概念	077	第1课时 周期性与奇偶性	115
4.4.2 对数函数的图象和性质	079	第2课时 单调性、最大值与最小值	117
第1课时 对数函数的图象和性质	079	5.4.3 正切函数的性质与图象	119
第2课时 对数函数的图象及其性质的应用	081	5.5 三角恒等变换	121
习题课 指数函数与对数函数的图象与性质	083	5.5.1 两角和与差的正弦、余弦和正切公式	121
4.4.3 不同函数增长的差异	085	第1课时 两角差的余弦公式	121
滚动习题(七) [范围 4.3~4.4]	088	第2课时 两角和与差的正弦、余弦、正切公式	123
4.5 函数的应用(二)	090	第3课时 二倍角的正弦、余弦、正切公式	125
4.5.1 函数的零点与方程的解	090	5.5.2 简单的三角恒等变换	127
4.5.2 用二分法求方程的近似解	092	第1课时 三角函数式的化简与求值	127
4.5.3 函数模型的应用	094	第2课时 三角函数公式的应用	129
滚动习题(八) [范围 4.5]	097	滚动习题(十) [范围 5.4~5.5]	131
		5.6 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$	133
		5.6.1 匀速圆周运动的数学模型	133
		5.6.2 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象	133
		第1课时 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象	133
		第2课时 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象与性质的应用	136
		5.7 三角函数的应用	139
		滚动习题(十一) [范围 5.6~5.7]	142
		拓展微课(三) 三角恒等变换中的归纳、猜想、证明	145

05 第五章 三角函数	PART FIVE
5.1 任意角和弧度制	099
5.1.1 任意角	099
5.1.2 弧度制	101
5.2 三角函数的概念	103
5.2.1 三角函数的概念	103
5.2.2 同角三角函数的基本关系	105
5.3 诱导公式	107
第1课时 诱导公式(一)	107
第2课时 诱导公式(二)	109

» 测 评 卷			
单元素养测评卷(一) [第一章]	卷 01	单元素养测评卷(四) [第四章]	卷 09
单元素养测评卷(二) [第二章]	卷 03	单元素养测评卷(五) [第五章]	卷 11
单元素养测评卷(三) [第三章]	卷 05	模块素养测评卷 [第一章~第五章]	卷 13
阶段素养测评卷 [第一章~第三章]	卷 07	参考答案	卷 15



第一章 集合与常用逻辑用语

1.1 集合的概念

基础巩固

- 下列对象的全体可以组成集合的是 ()
 - 人口密度大的国家
 - 所有美丽的城市
 - 地球上的四大洋
 - 优秀的高中生
- 下列说法正确的有 ()
 - $\frac{1}{2} \in \mathbf{Q}$; $\sqrt{3} \in \mathbf{N}^*$; $-1 \in \mathbf{N}$; $2 + \sqrt{2} \in \mathbf{Q}$;
 - $\frac{1}{2} \notin \mathbf{Z}$.
 - 1 个
 - 2 个
 - 3 个
 - 4 个
- 集合 $\{x \in \mathbf{N} | x < 5\}$ 的另一种表示方法是 ()
 - $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
 - $\{1, 2, 3, 4\}$
 - $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
 - $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- 英文单词 excellent 的所有字母组成的集合中共有 ()
 - 6 个元素
 - 7 个元素
 - 8 个元素
 - 9 个元素
- 集合 $A = \{3, -1\}$, $B = \{m^2 - 2m, -1\}$, 且 A 与 B 中元素相同, 则实数 $m =$ ()
 - 3
 - 1
 - 3 或 -1
 - 1
- (多选题) 已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2\sqrt{2}x + a - 1 = 0\}$ 中只有 1 个元素, 则 a 的取值可能为 ()
 - 0
 - 2
 - 1
 - 4
- [2025 · 三明一中高一月考] 集合 $A = \left\{ x \in \mathbf{Z} \mid x = \frac{4}{a} + a, a \in \mathbf{Z} \right\}$ 用列举法表示为 _____.
- 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $B = \{(x, y) | x \in A, y \in A, x - y \in A\}$, 则 B 中所含元素的个数为 _____.

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	
16	

9. (13 分)用适当的方法表示下列集合.
- (1) 由小于 8 的所有自然数组成的集合;
- (2) 被 7 除余 3 的所有自然数组成的集合;
- (3) 方程 $\sqrt{2x+1} + |y-2| = 0$ 的解集.

综合提升

10. 已知集合 $P = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $Q = \{x \mid x = 2k-1, k \in \mathbf{Z}\}$, $M = \{x \mid x = 4k+1, k \in \mathbf{Z}\}$, 且 $a \in P, b \in Q$, 则 ()
- A. $a+b \in P$ B. $a+b \in Q$
- C. $a+b \in M$ D. 以上都不对

11. 已知集合 $P = \{y = x^2 + 1\}$, $Q = \{y \mid y = x^2 + 1\}$, $E = \{x \mid y = x^2 + 1\}$, $F = \{(x, y) \mid y = x^2 + 1\}$, $G = \{x \mid x \geq 1\}$, 则 ()
- A. P 与 F 相等 B. Q 与 E 相等
- C. E 与 F 相等 D. Q 与 G 相等

12. 若集合 A 是不等式 $x-a > 0$ 的解集, 且 $2 \notin A$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

13. 含有三个实数的集合可表示为 $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\}$, 也可以表示为 $\{a^2, a+b, 0\}$, 则 $a^{2025} + b^{2025}$ 的值为 _____.

14. (15 分)设 $x \in \mathbf{R}$, 集合 A 中含有三个元素 $3, x, x^2 - 2x$.
- (1) 求实数 x 应满足的条件;
- (2) 若 $-2 \in A$, 求实数 x 的值.

思维探索

15. 已知有限集 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$, 定义集合 $B = \{a_i + a_j \mid 1 \leq i < j \leq n, i, j \in \mathbf{N}^*\}$ 中的元素个数为集合 A 的“容量”, 记为 $L(A)$. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid 1 \leq x \leq 4\}$, 则 $L(A) =$ _____; 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid 1 \leq x \leq 2n, n \in \mathbf{N}^*\}$, 且 $L(A) = 8097$, 则正整数 n 的值是 _____.

16. 用符号 $\overline{A}$ 表示非空集合 A 中元素的个数, 定义 $A \ast B = \begin{cases} \overline{A} - \overline{B}, \overline{A} \geq \overline{B}, \\ \overline{B} - \overline{A}, \overline{A} < \overline{B}. \end{cases}$ 已知集合 $A = \{0, 2\}$, $B = \{x \mid (ax-1)(x-1)(x^2-ax+1) = 0\}$, 若 $A \ast B = 1$, 实数 a 的所有可能取值组成集合 P , 则 $P =$ _____. (请用列举法表示)

1.2 集合间的基本关系

基础巩固

1. 下列结论正确的是 ()

- A. $\emptyset = \{0\}$ B. $\sqrt{3} \in \mathbf{Q}$
C. $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z}$ D. $\{a\} \in \{a, b, c\}$

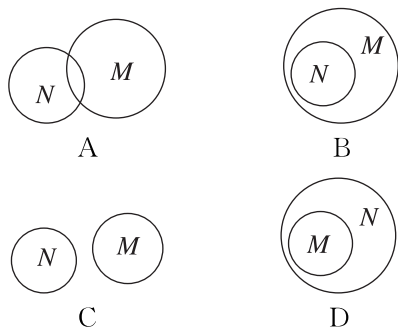
2. (多选题)[2025·武汉二中高一月考] 下列关系中正确的是 ()

- A. $0 \in \{0\}$
B. $\{0, 1\} = \{(0, 1)\}$
C. $\{(a, b)\} = \{(b, a)\}$
D. $\emptyset \subsetneq \{0\}$

3. [2025·衢州五校高一月考] 若集合 $P = \{0, 1\}$, 则集合 $M = \{A | A \subseteq P\}$ 可用列举法表示为 ()

- A. $\{0, 1\}$
B. $\{\emptyset, 0, 1\}$
C. $\{\emptyset, \{0\}, \{1\}\}$
D. $\{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$

4. 能正确表示集合 $M = \{x \in \mathbf{R} | 0 \leq x \leq 1\}$ 和集合 $N = \{x \in \mathbf{R} | x^2 = x\}$ 关系的 Venn 图的是 ()



5. (多选题)[2025·聊城二中高一月考] 满足 $\{x | x^2 - 2x - 3 = 0\} \subseteq A \subsetneq \{-1, 0, 1, 3\}$ 的集合 A 可能为 ()

- A. $\{-1, 3\}$ B. $\{-1, 1\}$
C. $\{-1, 0, 3\}$ D. $\{-1, 0, 1, 3\}$

6. 已知集合 $A = \{1, 3, a^2\}$, $B = \{1, a + 2\}$, $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值集合为 ()

- A. $\{2\}$ B. $\{-1, 2\}$
C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 2\}$

7. 若 $\{a^2, 0, -1\} = \{a, b, 0\}$, 则 $a - b =$ _____.

8. [2025·湖南多校高一期中] 集合 $A = \{(x, y) | x + y = 22, x > 0, y > 0, x, y \text{ 均为质数}\}$ 的真子集的个数为 _____.

9. (13分) 已知集合 $M = \{x \in \mathbf{N} | x < 2\}$, $N = \{x \in \mathbf{Z} | -2 < x < 2\}$.

(1) 写出集合 M 的子集、真子集.

(2) 求集合 N 的子集及其个数、真子集及其个数和非空真子集及其个数.

综合提升

10. 集合 $M = \{x | x = 5k - 2, k \in \mathbf{Z}\}$, $P = \{x | x = 5n + 3, n \in \mathbf{Z}\}$, $S = \{x | x = 10m + 3, m \in \mathbf{Z}\}$ 的关系是 ()

- A. $S = P = M$ B. $S = P \subseteq M$
C. $S \subseteq P = M$ D. $P = M \subseteq S$

11. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | 0 \leq x < m\}$ 有 8 个子集, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $2 < m \leq 3$ B. $2 \leq m < 3$
C. $2 \leq m \leq 3$ D. $2 < m < 3$

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	10
	11
	12
	13
	15

- 12.** (多选题) 已知集合 $A = \{x \mid ax^2 + 2x + a = 0, a \in \mathbf{R}\}$, 若集合 A 有且仅有 2 个子集, 则 a 的取值可以为 _____ ()
- A. -2 B. -1
C. 0 D. 1
- 13.** 当 $x \in A$ 时, $\frac{1}{x} \in A$, 则称 A 是和美集合. 集合 $M = \left\{-1, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 1, 3\right\}$ 的所有非空子集中是和美集合的个数为_____.
- 14.** (15 分) 已知集合 $A = \{x \mid 2x \leqslant 3x + 1 \leqslant 2x + 4\}$, $B = \{x \mid m + 1 \leqslant x - m \leqslant 2\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围.

思维探索

15. 已知集合 $M = \{m \in \mathbf{Z} \mid x^2 + mx - 36 = 0 \text{ 有整数解}\}$, 非空集合 A 满足条件: ① $A \subseteq M$, ② 若 $a \in A$, 则 $-a \in A$, 则所有这样的集合 A 的个数为 _____.
16. (15 分) 设集合 $A = \{x \mid x^2 + 4x = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x \mid x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$.
- (1) 若 $A = B$, 求 a 的值.
- (2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

1.3 集合的基本运算

第1课时 集合的并集、交集

基础巩固

1. 设集合 $A = \{3, 5, 6, 8\}$, $B = \{4, 5, 8\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $\{3, 6\}$ B. $\{5, 8\}$
C. $\{4, 6\}$ D. $\{3, 4, 5, 6, 8\}$

2. 已知集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | 2 < x < 5\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $\{x | 2 < x \leq 4\}$ B. $\{x | 2 \leq x \leq 4\}$
C. $\{x | 1 \leq x < 5\}$ D. $\{x | 1 < x < 5\}$

3. 设集合 $A = \{-1, 1, 2, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} | 1 \leq x < 3\}$, 则 $(A \cap C) \cup B =$ ()

A. $\{2\}$ B. $\{2, 3\}$
C. $\{-1, 2, 3\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$

4. 已知集合 $A = \{1, 3, \sqrt{m}\}$, $B = \{1, m\}$, 且 $A \cup B = A$, 则 m 等于 ()

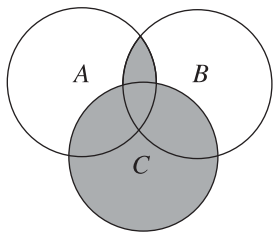
A. 0 或 3 B. 0 或 $\sqrt{3}$
C. 1 或 $\sqrt{3}$ D. 1 或 3 或 0

5. (多选题) 设集合 $A = \{x | x^2 - 4 = 0\}$, $B = \{y | y = x^2 - 4\}$, 则 ()

A. $A \cap B = \emptyset$
B. $A \cap B = A$
C. $A \cup B = B$
D. $A \cup B = \{-2, 2\}$

6. 下列表示图中的阴影部分的是 ()

A. $(A \cup C) \cap (B \cup C)$
B. $(A \cup B) \cap (A \cup C)$
C. $(A \cup B) \cap (B \cup C)$
D. $(A \cup B) \cap C$



7. [2025·福建师大附中高一月考] 已知集合 $A = \{x | x < k\}$, $B = \{x | 1 < x < 2\}$, 且 $A \cap B = B$, 则实数 k 的取值范围是_____.

8. 设 A, B 是非空集合, 定义: $A \times B = \{x | x \in A \cup B \text{ 且 } x \notin A \cap B\}$, 已知 $A = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x > 1\}$, 则 $A \times B =$ _____.

9. (13分) 已知集合 $A = \{x | 4 \leq x < 8\}$, $B = \{x | 2 \leq x \leq 10\}$, $C = \{x | x < 2a\}$.

(1) 求 $A \cup B$;

(2) 若 $A \cap C \neq \emptyset$, 求 a 的取值范围.

综合提升

10. 设集合 A, B, C 均为非空集合, 则下列说法正确的是 ()

A. 若 $A \cap B = B \cap C$, 则 $A = C$
B. 若 $A \cup B = B \cup C$, 则 $A = C$
C. 若 $A \cup B = B \cap C$, 则 $C \subseteq B$
D. 若 $A \cap B = B \cup C$, 则 $C \subseteq B$

11. 已知集合 $A = \{x | x^2 - ax + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x > 0\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. $a < 2$ B. $-2 < a < 2$
C. $a > -2$ D. $a \geq 2$

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

12. 已知集合 $A = \{0, 3, a^2\}$, $B = \{0, a + 2\}$, $A \cup B = A$, 则实数 a 的值为_____.
13. [2025 · 湖南长郡中学高一月考] 某班有学生 56 人, 同时参加了数学小组和英语小组的学生有 32 人, 同时参加了英语小组和语文小组的学生有 22 人, 同时参加了数学小组和语文小组的学生有 25 人. 已知该班学生每人至少参加了 1 个小组, 则该班学生中只参加了 1 个小组的人数最多是_____.
14. (15 分) 已知集合 $A = \{x | x^2 + ax + b = 0\}$, $B = \{x | x^2 + cx + 6 = 0\}$, $A \cup B = \{2, 3\}$, $A \cap B = \{3\}$, 求 a, b, c 的值.

思维探索

15. 设集合 A 是集合 $\mathbf{N}^*$ 的子集, 对于 $i \in \mathbf{N}^*$, 定义

$$\varphi_i(A) = \begin{cases} 1, & i \in A, \\ 0, & i \notin A, \end{cases} \text{ 给出下列三个结论:}$$

- ①存在 $\mathbf{N}^*$ 的两个不同子集 A, B , 使得对任意 $i \in \mathbf{N}^*$, 都满足 $\varphi_i(A \cap B) = 0$ 且 $\varphi_i(A \cup B) = 1$;
- ②任取 $\mathbf{N}^*$ 的两个不同子集 A, B , 则对任意 $i \in \mathbf{N}^*$, 都有 $\varphi_i(A \cup B) = \varphi_i(A) + \varphi_i(B)$;
- ③设 $A = \{x | x = 2n, n \in \mathbf{N}^*\}$, $B = \{x | x = 4n - 2, n \in \mathbf{N}^*\}$, 则对任意 $i \in \mathbf{N}^*$, 都有 $\varphi_i(A \cap B) = \varphi_i(A)\varphi_i(B)$.

其中正确结论的序号为_____.

16. (15 分) 已知集合 $A = \{x | x^2 + 4x - 5 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a + 2)x + a^2 + 2a - 2 = 0\}$.
- (1) 若 $A \cap B = \{1\}$, 求实数 a 的值;
- (2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围.

第2课时 集合的全集、补集

基础巩固

- 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{2, 4, 6\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
A. $\{2, 4, 6\}$ B. $\{1, 3, 5\}$
C. $\{2, 4, 5\}$ D. $\{2, 5\}$
- 已知全集 $U = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, 集合 A 满足 $\complement_U A = \{0, 1, 3\}$, 则 $A =$ ()
A. $\{0, 2\}$ B. $\{-1, 2\}$
C. $\{-1, 0, 2\}$ D. $\{0\}$
- 已知 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$, 则 $\complement_U A$ 的非空子集的个数为 ()
A. 6 B. 7
C. 8 D. 9
- 设全集 $U = \{-3, -2, 1, 2, 3\}$, 集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{-3, 2, 3\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$ ()
A. $\{-3, 3\}$ B. $\{2\}$
C. $\{1\}$ D. $\{-2, 1, 3\}$
- 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, 则 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) =$ ()
A. $\{1, 6\}$ B. $\{6\}$
C. $\{2, 3\}$ D. $\{1, 4, 5, 6\}$
- (多选题) 如图, U 是全集, M, N 是 U 的两个子集, 则图中的阴影部分可以表示为 ()
A. $(\complement_U M) \cap (\complement_U N)$
B. $(\complement_U M) \cap N$
C. $M \cup (\complement_U N)$
D. $N \cap [\complement_U (M \cap N)]$
- 已知全集 $U = \{1, 2, m^2\}$, 集合 $A = \{2, m+1\}$, $\complement_U A = \{m\}$, 则实数 m 的值为_____.
- 已知全集 $U = A \cup B$ 中有 m 个元素, $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ 中有 n 个元素. 若 $A \cap B$ 非空, 则 $A \cap B$ 中的元素个数为_____.

9. (13分) 设集合 $U = \{x | x \leq 5\}$, $A = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | -1 \leq x \leq 4\}$.
求: (1) $A \cap B$; (2) $\complement_U (A \cup B)$; (3) $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

综合提升

10. 学校开运动会, 设全集为 U , $A = \{x | x \text{ 是参加 } 100 \text{ 米跑的同学}\}$, $B = \{x | x \text{ 是参加 } 200 \text{ 米跑的同学}\}$, $C = \{x | x \text{ 是参加 } 400 \text{ 米跑的同学}\}$. 学校规定, 每个参加上述比赛的同学最多只能参加两项比赛, 则可以正确说明这项规定的是 ()
A. $(A \cap B) \cup C = \emptyset$
B. $(A \cup B) \cap C = \emptyset$
C. $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \emptyset$
D. $(A \cap B) \cap C = \emptyset$
11. 设集合 $A = \{x | x \leq a\}$, $B = \{x | x \geq 2\}$, $(\complement_{\mathbb{R}} B) \cup A = A$, 则 a 的取值范围为 ()
A. $a > 2$ B. $a < 2$
C. $a \geq 2$ D. $a \leq 2$

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

12. (多选题)如果集合 $A \subseteq S$, 那么 S 的子集 A 的补集为 $\complement_S A = \{x \mid x \in S, x \notin A\}$. 类似地, 对于集合 A, B , 我们把集合 $\{x \mid x \in A, x \notin B\}$ 叫作集合 A 与 B 的差集, 记作 $A - B$. 例如, $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, 则 $A - B = \{1, 2, 3\}, B - A = \{6, 7, 8\}$. 下列说法正确的是 ()
- A. 若 $A = \{x \mid x > 2\}, B = \{x \mid x^2 > 4\}$, 则 $B - A = \{x \mid x < -2\}$
- B. 若 $A - B = \emptyset$, 则 $B \subseteq A$
- C. 若 S 是高一(1)班全体同学的集合, A 是高一(1)班全体女同学的集合, 则 $S - A = \complement_S A$
- D. 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 2 一定是集合 $A - B$ 的元素
13. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid x > 1 \text{ 或 } x < -2\}, B = \{x \mid a \leq x \leq 2a - 1\}$, 若 $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围为 _____.
14. (15 分) 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid x^2 + 4x + a = 0\}, B = \{x \mid x^2 + bx - 2 = 0\}$.
- (1) 若集合 A 中恰有一个元素, 求实数 a 的值;
- (2) 若 $(\complement_U A) \cap B = \{2\}, (\complement_U B) \cap A = \{-3\}$, 求 $A \cup B$.

思维探索

15. 某社区需要招募志愿者进行连续 3 天的消防安全宣传工作, 第一天有 19 人参加, 第二天有 13 人参加, 第三天有 18 人参加, 其中, 前两天都参加的有 3 人, 后两天都参加的有 4 人, 则这三天参加的不同志愿者的总人数最少为 _____.
16. (15 分) 定义 1: 通常我们把一个以集合作为元素的集合称为族.
- 定义 2: 集合 X 上的一个拓扑是以 X 的子集为元素的一个族 Γ , 它满足以下条件: ① $\emptyset$ 和 X 在 Γ 中; ② Γ 的任意子集的元素并集在 Γ 中; ③ Γ 的任意有限子集的元素交集在 Γ 中.
- (1) 若族 $P = \{\emptyset, X\}$, 族 $Q = \{x \mid x \subseteq X\}$, 判断族 P 与族 Q 是否为集合 X 的拓扑?
- (2) 设有限集 X 为全集, 证明: $\complement_X (A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n) = (\complement_X A_1) \cup (\complement_X A_2) \cup \cdots \cup (\complement_X A_n) (n \in \mathbf{N}^*, n \geq 2)$.

滚动习题(一)

范围 1.1~1.3

(时间:45 分钟 分值:105 分)

一、单项选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

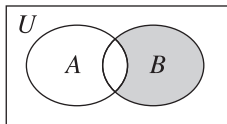
1. 已知集合 $A=\{4,5,6\}$, $B=\{3,6,5\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{3,4,5,6\}$ B. $\{5,6\}$
C. $\{3,4,6\}$ D. $\emptyset$

2. 已知集合 $M=\{x|x^2-4=0\}$, 则下列式子正确的是 ()

- A. $-2 \in M$ B. $-2 \subseteq M$
C. $\{-2\} \in M$ D. $-2 \notin M$

3. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x \geq 0\}$, $B=\{x|-1 < x < 3\}$, 则图中阴影部分表示的集合为 ()



- A. $\{x|-1 < x < 0\}$ B. $\{x|x > -1\}$
C. $\{x|x < 3\}$ D. $\{x|0 \leq x < 3\}$

4. 设集合 $A=\left\{x \in \mathbf{N} \mid y=\frac{12}{x+3} \in \mathbf{N}\right\}$, 则集合 A 中的元素个数为 ()

- A. 3 B. 4
C. 5 D. 6

5. [2025·常德高一期中] 已知集合 $A=\{x|x=4n+3, n \in \mathbf{N}\}$, $B=\{y|y=8k-5, k \in \mathbf{N}^*\}$, 则 ()

- A. $A \cap B = \emptyset$ B. $A \subsetneq B$
C. $B \subsetneq A$ D. $A = B$

6. 设集合 $M=\{x|(x-a)(x-3)=0\}$, $N=\{x|(x-4)(x-1)=0\}$, 则下列说法正确的是 ()

A. 若 $M \cup N = \{1, 3, 4\}$, 则 $M \cap N = \emptyset$
B. 若 $M \cup N = \{1, 3, 4\}$, 则 $M \cap N \neq \emptyset$
C. 若 $M \cap N = \emptyset$, 则 $M \cup N$ 中有 4 个元素
D. 若 $M \cap N \neq \emptyset$, 则 $M \cup N = \{1, 3, 4\}$

7. [2025·重庆一中高一月考] 含有有限个元素的数集, 定义其“交替和”如下: 把集合中的数按从小到大的顺序排列, 然后从最大的数开始交替地减加各数, 例如 $\{4, 6, 9\}$ 的“交替和”是 $9-6+4=7$, $\{5\}$ 的“交替和”是 5, 则集合 $M=\{x \in \mathbf{Z}|-5 \leq x \leq 4\}$ 的所有非空子集的“交替和”的总和为 ()

- A. 2048 B. 2024
C. 1024 D. 512

二、多项选择题(本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分)

8. 已知非空集合 M 满足: ① $M \subseteq \{-2, -1, 1, 2, 3, 4\}$; ② 若 $x \in M$, 则 $x^2 \in M$. 则集合 M 可能是 ()

- A. $\{-1, 1\}$ B. $\{-1, 1, 2, 4\}$
C. $\{1\}$ D. $\{1, -2, 4\}$

9. [2025·嘉兴一中高一月考] 已知集合 $M=\{y|y=2-x^2\}$, $N=\{x|y=\sqrt{-x+5}\}$, 则 ()

- A. $M \cap N = M$
B. $M \cup N = M$
C. $(\complement_{\mathbf{R}} N) \cap M = \emptyset$
D. $(\complement_{\mathbf{R}} M) \cap N = \emptyset$

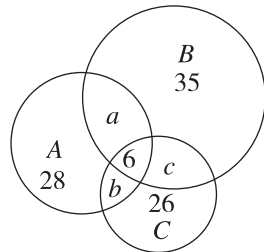
三、填空题(本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分)

10. 已知集合 $A=\{(x, y)|x+y=4, x, y \in \mathbf{N}^*\}$, 则 A 的真子集有 _____ 个.

11. [2025·合肥六中高一期中] 若 $\left\{1, a, \frac{b-1}{a}\right\} = \left\{0, \frac{1}{a}, b\right\}$, 则 $b-a =$ _____.

12. 某社团有若干名社员, 他

们至少参加了 A, B, C 三项活动中的一项. 已知参加 A 活动的有 51 人, 参加 B 活动的有 60 人, 参加 C 活动的有 50 人, 如图, 则图中 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____.



班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9
	10
	11
12	

四、解答题(本大题共 3 小题,共 43 分)

13. (13 分)已知集合 $A = \{x \mid 2a \leq x \leq a + 3\}$, $B = \{x \mid -1 \leq x \leq 7\}$, $C = \{x \mid x < 1 \text{ 或 } x > 3\}$.
- (1)当 $a = -1$ 时,求 $(A \cap B) \cup C$;
- (2)若 $A \cup C = \mathbf{R}$,且 a 为整数,求 $\complement_B A$.

14. (15 分)[2025 · 长郡中学高一月考] 已知集合 $A = \{x \mid m - 1 \leq x \leq 2m - 1\}$, 集合 $B = \{x \mid -3 < x < 2\}$.
- (1)若 $m = 2$,求 $A \cup B$;
- (2)若 $A \subseteq B$,求实数 m 的取值范围.

15. (15 分)已知 M 是满足下列条件的集合:① $0 \in M, 1 \in M$;② 若 $x, y \in M$,则 $x - y \in M$;③ 若 $x \in M$ 且 $x \neq 0$,则 $\frac{1}{x} \in M$.
- (1)判断 $\frac{1}{2} \in M$ 是否正确,并说明理由;
- (2)证明:若 $x, y \in M$,则 $x + y \in M$;
- (3)证明:若 $x \in M$,则 $x^2 \in M$.

1.4 充分条件与必要条件

1.4.1 充分条件与必要条件

基础巩固

- 俗语云“好人有好报”，这句话的意思中“好人”是“有好报”的 ()
A. 充分条件
B. 必要条件
C. 既不充分也不必要条件
D. 无法判断
- 下列选项中， p 不是 q 的充分条件的是 ()
A. $p: a$ 是无理数, $q: a^2$ 是无理数
B. p : 四边形为等腰梯形, q : 四边形对角线相等
C. $p: x > 2, q: x \geq 1$
D. $p: a = b, q: ac^2 = bc^2$
- 若 $p: x < -1$, 则 p 的一个必要不充分条件为 ()
A. $x < -1$ B. $x < 2$
C. $-8 < x < 2$ D. $-10 < x < -3$
- 下列结论中正确的是 ()
A. “ $x^2 > 0$ ”是“ $x > 0$ ”的充分条件
B. “ $xy = 0$ ”是“ $x = 0$ ”的必要条件
C. “ $|a| = |b|$ ”是“ $a = b$ ”的充分条件
D. “ $|x| > 1$ ”是“ $x^2 \geq 1$ ”的必要条件
- 设 $p: -1 \leq x < 2, q: x < a$, 若 q 是 p 的必要条件, 则 a 的取值范围是 ()
A. $a \leq -1$
B. $a \leq -1$ 或 $a \geq 2$
C. $a \geq 2$
D. $-1 \leq a < 2$
- 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $ab = 0$ ”的一个充分条件是 ()
A. $a - b = 0$ B. $a + b = 0$
C. $a^2 - b^2 = 0$ D. $a^2 + b^2 = 0$
- 已知 α : 四边形 $ABCD$ 是正方形, β : 四边形 $ABCD$ 的四个角都是直角, 则 α 是 β 的 _____ 条件. (填“充分不必要”“必要不充分”“既充分又必要”或“既不充分也不必要”)

- 使 $2x > 3$ 成立的一个充分不必要条件为 _____.
- (13 分) 判断下列情况中 p 是 q 的什么条件 (从“充分不必要条件”“必要不充分条件”“既不充分也不必要条件”中选择).
(1) $p: a \in \mathbf{N}, q: a \in \mathbf{Z}$;
(2) 设点 A 与 D 不重合, $p: S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}, q$: 点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 的中线上;
(3) 设 x, y 是实数, $p: x > y, q: |x| > |y|$.

综合提升

- 已知不等式 $m - 1 < x < m + 1$ 成立的充分不必要条件是 $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$, 则 m 的取值范围是 ()
A. $m \leq -\frac{1}{2}$ B. $m \geq \frac{3}{4}$
C. $-\frac{3}{4} \leq m \leq \frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{4}{3}$
- 下列选项中, 可以作为一元二次方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0 (a \neq 0)$ 有一个正根和一个负根的充分条件的是 ()
A. $a < 2$ B. $a > 0$
C. $a < -1$ D. $a < 1$

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

12. (多选题)已知集合 $A = \{x \mid -1 < x < 3\}$, 集合 $B = \{x \mid x < m + 1\}$, 则 $A \cap B = \emptyset$ 的一个充分不必要条件可以是 ()
- A. $m \leq -2$ B. $m < -2$
C. $m < 2$ D. $-4 < m < -3$
13. 已知 p : 方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个负实根, 若 p 为真命题的一个必要不充分条件为 $a \leq m + 1$, 则实数 m 的取值范围是_____.
14. (15分)[2025·江西上饶高一期末] 已知集合 $A = \{x \mid a - 2 \leq x \leq a + 1\}$, $B = \{x \mid -6 \leq x \leq 4\}$, 全集 $U = \mathbf{R}$.
- (1) 当 $a = 2$ 时, 求 $(\complement_U A) \cap B$;
(2) 若“ $x \in B$ ”是“ $x \in A$ ”的必要不充分条件, 求实数 a 的取值范围.

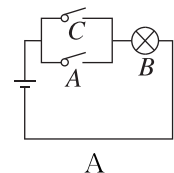
思维探索

15. 已知 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, $A = \{y \mid y = x - [x]\}$, $B = \{y \mid 0 \leq y \leq m\}$, 若 $y \in A$ 是 $y \in B$ 的充分不必要条件, 则 m 的取值范围是_____.
16. (15分) 设集合 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \mid 2 - m \leq x \leq 2m - 3\}$.
- (1) 若 $x \in A$ 是 $x \in B$ 的充分不必要条件, 求实数 m 的取值范围;
(2) 若 $A \cap B = B$, 求实数 m 的取值范围.

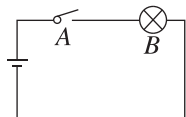
1.4.2 充要条件

基础巩固

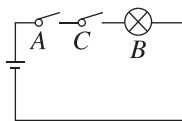
- “ $x > 4$ ”是“ $x > 2$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- “两个三角形相似”是“两个三角形的三边对应成比例”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- [2025·十堰高一期中] 已知 $p: -1 < x < 0, q: \sqrt{x+1} < 2$, 则 p 是 q 的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- “ $a = 0$ ”是“关于 x 的不等式 $ax - b \geq 1$ 的解集为 $\mathbf{R}$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- (多选题) $ab > 0$ 的一个充分不必要条件可以是 ()
A. $a > 0, b > 0$ B. $a + b > 0$
C. $a < 0, b < 0$ D. $a > 1, b > 1$
- 设计如图所示的四个电路图, 则能表示“开关 A 闭合”是“灯泡 B 亮”的必要不充分条件的一个电路图是 ()



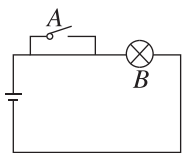
A



B



C



D

- 对任意实数 a, b, c , 下列结论正确的是 _____.
①“ $a = b$ ”是“ $ac = bc$ ”的充要条件;
②“ $a + 8$ 是无理数”是“ a 是无理数”的充要条件;
③“ $a > b$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的充要条件;
④“ $a < 5$ ”是“ $a < 3$ ”的必要条件.
- 设 $p: \frac{1}{2} \leq x \leq 1; q: a \leq x \leq a + 1$, 若 q 是 p 的必要不充分条件, 则实数 a 的取值范围是 _____.
- (13 分) 指出下列各题中 p 是 q 的什么条件(在“充分不必要条件”“必要不充分条件”“充要条件”“既不充分也不必要条件”中选一个作答).
(1) $p: x - 3 = 0, q: (x - 2)(x - 3) = 0$;
(2) p : 两个三角形相似, q : 两个三角形全等;
(3) p : 关于 x 的方程 $ax^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, $q: a > -1$;
(4) $p: A \cup B = A, q: A \cap B = B$.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

综合提升

10. 已知 p 是 r 的充分条件, q 是 r 的充分不必要条件, s 是 r 的必要条件, p 是 s 的必要条件, 现有下列命题: ① r 是 p 的必要不充分条件; ② r 是 s 的充分不必要条件; ③ q 是 p 的充分不必要条件; ④ s 是 q 的充要条件. 其中所有的真命题是 ()
- A. ①④ B. ②③
C. ③ D. ④
11. (多选题) 下列选项中, p 是 q 的充要条件的是 ()
- A. $p: ab=0, q: a^2+b^2=0$
B. $p: xy \geq 0, q: |x|+|y|=|x+y|$
C. $p: m \geq -\frac{1}{4}, q: \text{方程 } x^2-x-m=0 \text{ 有实数根}$
D. $p: x > 2 \text{ 或 } x < -1, q: x < -1$
12. 设集合 $A=\{x|x>2\}, B=\{x|x<0\}, C=\{x|x<0 \text{ 或 } x>2\}$, 则“ $x \in (A \cup B)$ ”是“ $x \in C$ ”的 _____ 条件. (填“充分不必要”“必要不充分”“充要”或“既不充分也不必要”)
13. 若 a, b 都是实数, 则“ a, b 至少有一个为 0”的充要条件是 _____. 试从 ① $ab=0$; ② $a+b=0$; ③ $a(a^2+b^2)=0$; ④ $ab>0$ 中选出一个适合的条件, 用序号填空.
14. (15 分) 求方程 $mx^2-2x+3=0$ 有两个同号且不相等的实数根的充要条件.

思维探索

15. 已知集合 $A=\{x \in \mathbf{Z} | \text{点}(x-1, x-a) \text{ 不在第一、三象限}\}$, 集合 $B=\{t | 1 \leq t < 3\}$, 若“ $y \in B$ ”是“ $y \in A$ ”的必要条件, 则实数 a 的取值范围是 _____.
16. (15 分) 设 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边, 且 $a \leq b \leq c$, 则 $\triangle ABC$ 为直角三角形的充要条件是 $a^2+b^2=c^2$. 试用边长 a, b, c ($a \leq b \leq c$) 探究 $\triangle ABC$ 为锐角三角形的一个充要条件, 并证明.

1.5 全称量词与存在量词

1.5.1 全称量词与存在量词

基础巩固

- 下列命题中为全称量词命题的是 ()
 - 有些实数没有倒数
 - 所有的矩形都有外接圆
 - 存在一个实数与它的相反数的和为 0
 - 过直线外一点有一条直线和已知直线平行
- 下列命题为真命题的是 ()
 - 每一个二次函数的图象都开口向上
 - 存在一条直线与两条相交直线都平行
 - 梯形的对角线相等
 - 有些菱形是正方形
- 下列命题中,既是全称量词命题又是真命题的是 ()
 - 每一个命题都能判断真假
 - 至少有一个实数使不等式 $x^2 - 3x + 6 < 0$ 成立
 - 对任意实数 a, b , 若 $a < b$, 则 $a^2 < b^2$
 - 存在 $x \in \mathbf{R}$, 使 $\sqrt{x^2 - x + 1} = 0$
- 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 > 3$ ”的另一种写法是 ()
 - 有一个 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 > 3$
 - 有一些 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 > 3$
 - 对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 > 3$
 - 至少有一个 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 > 3$
- 已知集合 $P = \{1, 2, 4, 5, 6\}, M = \{2, 4, 6\}$, 则下列命题中为真命题的是 ()
 - $\forall x \in P, x \in M$
 - $\forall x \in P, x \notin M$
 - $\exists x \in M, x \notin P$
 - $\exists x \in P, x \notin M$
- (多选题)给出下列命题,其中真命题有 ()
 - 存在 $x < 0$, 使 $|x| > x$
 - 对于一切 $x < 0$, 都有 $|x| > x$
 - 已知 $a = 2n, b = 3n$, 则存在 $n \in \mathbf{N}^*$, 使得 $a = b$
 - 已知 $A = \{a \mid a = 2n, n \in \mathbf{N}^*\}, B = \{b \mid b = 3n, n \in \mathbf{N}^*\}$, 则 $A \cap B = \emptyset$

- 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 5 = 0$ ”是 _____ (填“全称量词命题”或“存在量词命题”), 它是 _____ (填“真”或“假”)命题.
- 已知命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + a = 0$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围是 _____.
- (13 分)指出下列命题中,哪些是全称量词命题,哪些是存在量词命题,并判断其真假.
 - 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + 1 \geq 2$;
 - 存在一个四边形不是平行四边形;
 - 直角坐标系内任何一条直线都与 x 轴有交点;
 - 每个二次函数都有最小值;
 - 存在实数 x , 使得 $x^2 - 3x - 4 = 0$;
 - 存在一对整数 x, y , 使得 $2x + 4y = 6$.

综合提升

- 已知命题“存在 $x \in \{x \mid 0 < x < 3\}$, 使得 $2x - m = 0$ 成立”是假命题, 则实数 m 的取值范围是 ()
 - $m \leq 0$ 或 $m \geq 6$
 - $m < 0$ 或 $m > 6$
 - $m < 0$ 或 $m \geq 6$
 - $m \leq 0$ 或 $m > 6$
- (多选题)若“ $\forall x \in M, |x| > x$ ”为真命题, “ $\exists x \in M, x < -5$ ”为假命题, 则集合 M 可以是 ()
 - $\{x \mid -5 \leq x < 0\}$
 - $\{x \mid -3 < x \leq -1\}$
 - $\{x \mid x > 3\}$
 - $\{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

12. 已知 $p: \forall x \in \{x \mid x \leq 1\}, 4a - 4x \geq 0, q: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 2a - 1 = 0$, 若 p 为真命题, q 为假命题, 则实数 a 的取值范围是_____.
13. 已知真分数 $\frac{a}{b} (b > a > 0)$ 满足 $\frac{a+1}{b+1} > \frac{a}{b}, \frac{a+2}{b+2} > \frac{a+1}{b+1}, \frac{a+3}{b+3} > \frac{a+2}{b+2}, \dots$. 根据上述性质, 写出一个全称量词命题为_____.
14. (15分)[2025·湖南衡阳高一阶段练] 已知集合 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 7\}, B = \{x \mid -3m + 1 \leq x \leq m - 1\}$, 且 $B \neq \emptyset$.
- (1)若命题 $p: \forall x \in A, x \in B$ 是真命题, 求实数 m 的取值范围;
- (2)若命题 $q: \exists x \in B, x \in A$ 是真命题, 求实数 m 的取值范围.

思维探索

15. 某中学开展小组合作学习模式, 高二某班某组小王同学给组内小李同学出题如下: 若命题“ $\exists x \in \mathbf{R}$, 函数 $y = x^2 + 2x + m$ 的图象在 x 轴的下方”是假命题, 求 m 的取值范围. 小李略加思索, 反手给了小王一道题: 若命题“ $\forall x \in \mathbf{R}$, 函数 $y = x^2 + 2x + m$ 的图象在 x 轴的上方或 x 轴上”是真命题, 求 m 的取值范围. 你认为, 两位同学所出的题中 m 的取值范围是否一致? _____.(填“是”或“否”)
16. (15分)[2025·十堰一中高一月考] 已知 $p: \exists x \in \mathbf{R}$, 抛物线 $y = -x^2 + 2x - a^2$ 上存在点在 x 轴上方; $q: x^2 + ax + 2 = 0$ 有两个负根.
- (1)若 p 为真命题, 求 a 的取值范围;
- (2)若 p 和 q 有且只有一个是真命题, 求 a 的取值范围.

1.5.2 全称量词命题和存在量词命题的否定

基础巩固

- 命题“任意圆的内接四边形是矩形”的否定为 ()
 A. 每一个圆的内接四边形是矩形
 B. 有的圆的内接四边形不是矩形
 C. 所有圆的内接四边形不是矩形
 D. 存在一个圆的内接四边形是矩形
- 下列说法中正确的个数是 ()
 ①命题“所有的四边形都是矩形”是存在量词命题；
 ②命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 1 < 0$ ”是全称量词命题；
 ③命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 \leq 0$ ”的否定为“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 \leq 0$ ”；
 ④命题“ $a > b$ 是 $ac^2 > bc^2$ 的必要条件”是真命题.
 A. 0 B. 1
 C. 2 D. 3
- 命题 $p: \forall x \in \mathbf{N}, x^3 > x^2$ 的否定为 ()
 A. $\forall x \in \mathbf{N}, x^3 \leq x^2$ B. $\exists x \notin \mathbf{N}, x^3 \leq x^2$
 C. $\exists x \in \mathbf{N}, x^3 \leq x^2$ D. $\exists x \in \mathbf{N}, x^3 < x^2$
- 已知命题 $p: \exists x > 0, x + a - 1 = 0$, 若 p 为假命题, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $a < 1$ B. $a \leq 1$
 C. $a > 1$ D. $a \geq 1$
- 若命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 4x + a \neq 0$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $a \leq 4$ B. $a < 4$
 C. $a < -4$ D. $a \geq -4$
- (多选题) 下列命题的否定为真命题的是 ()
 A. 每一个素数都是奇数
 B. 能被 3 整除的整数, 其各位数字之和也能被 3 整除
 C. $\exists x \in \mathbf{R}, \frac{1}{x-1} = 0$
 D. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 \neq 0$
- 命题“对于所有的实数 x , 都有 $x^2 - x + 1 = 0$ ”可用符号记为 _____, 该命题的否定为 _____.

- 命题“线段的垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等”的否定是 _____ 命题(填“真”或“假”).
- (13 分) 写出下列命题的否定, 并判断所得命题的真假.
 (1) 存在一个四边形, 它的对角线互相垂直;
 (2) 某些平行四边形是菱形;
 (3) 所有二次函数的图象都开口向上;
 (4) 存在 $x \in \mathbf{Q}$, 使得 $x^2 = 6$.
 (5) 不论 m 取何实数, 方程 $x^2 + 2x - m = 0$ 都有实数根;
 (6) $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 5 > 0$.

综合提升

- [2025 · 江西九江高一期末] 若命题“ $\exists x \in [1, 3], ax^2 + (a-2)x - 2 \leq 0$ ”是真命题, 则 a 的值不可能为 ()
 A. 0 B. 1
 C. 2 D. 3
- (多选题) 下列命题的否定为假命题的是 ()
 A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x + \frac{1}{4} \geq 0$
 B. 所有的正方形都是矩形
 C. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 3 \leq 0$
 D. 至少有一个实数 x , 使 $x^2 - 2 = 0$

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

12. 命题 p 的否定是“ $\forall x > 0, \sqrt{x} > x + 1$ ”, 则命题 p 是_____.
13. 已知命题 $p: \forall x \in \{x | 1 \leq x \leq 4\}, x - a \geq 0$ 为真命题, 则 a 的取值范围是_____; 若命题 $q: \exists x \in \{x | 1 \leq x \leq 4\}, x - a \geq 0$ 为真命题, 则 a 的取值范围是_____.
14. (15 分) 已知命题 $p: \forall x \in \{x | 1 \leq x \leq 2\}, a \geq x + 1$, 命题 $q: \exists x \in \mathbf{R}, 2x^2 + 5x + a = 0$, 若 p 的否定是假命题, q 是真命题, 求实数 a 的取值范围.

思维探索

15. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, |2x + 1| > a - 2|x|$, 若 p 的否定是真命题, 则实数 a 的取值范围是_____.
16. (15 分) 已知命题 $p: \forall x \in \{x | 1 \leq x \leq 2\}, x^2 - a \geq 0$, 命题 $q: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2ax + 2a + a^2 = 0$.
 (1) 若命题 p 的否定为真命题, 求实数 a 的取值范围;
 (2) 若命题 p 和命题 q 的否定均为真命题, 求实数 a 的取值范围.

滚动习题(二)

范围 1.4~1.5

(时间:45 分钟 分值:105 分)

一、单项选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

1. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$ ”的否定是 ()

- A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 > 0$
- B. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$
- C. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 > 0$
- D. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \geq 0$

2. [2024·济南高一期中] 已知 $p: 0 < x < 1$, 那么 p 的一个充分条件是 ()

- A. $1 < x < 3$
- B. $-1 < x < 1$
- C. $\frac{1}{3} < x < \frac{3}{4}$
- D. $\frac{1}{2} < x < 5$

3. 命题“ $\exists x \in \mathbf{Z}, x^2 = \sqrt{2}x - 1$ ”的否定是 ()

- A. $\forall x \in \mathbf{Z}, x^2 \neq \sqrt{2}x - 1$
- B. $\forall x \in \mathbf{Z}, x^2 = \sqrt{2}x - 1$
- C. $\exists x \in \mathbf{Z}, x^2 \neq \sqrt{2}x - 1$
- D. $\exists x \notin \mathbf{Z}, x^2 \neq \sqrt{2}x - 1$

4. 已知集合 $A = \{1, 2, a\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则“ $a = 3$ ”是“ $A = B$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

5. [2025·吉林长春德惠五校高一联考] 已知 $p: x^2 - 4x + 3 = 0$, $q: -3 \leq \frac{1}{2}x - 1 \leq m$, 若 p 是 q 的充分条件, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $m > \frac{1}{2}$
- B. $m \geq \frac{1}{2}$
- C. $m > -2$
- D. $m \geq -2$

6. 若 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 则“ $(x_1^3 - x_2^3)x_1^2 < 0$ ”是“ $x_1 < x_2$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

7. 已知集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq a\}$, 集合 $B = \{x | m^2 + 3 \leq x \leq m^2 + 4\}$, 如果命题“ $\exists m \in \mathbf{R}, A \cap B \neq \emptyset$ ”为假命题, 那么实数 a 的取值范围为 ()

- A. $a < 3$
- B. $a < 4$
- C. $1 < a < 5$
- D. $0 < a < 4$

二、多项选择题(本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分)

8. 下列命题中为真命题的是 ()

- A. $\exists x \in \mathbf{N}, \sqrt{x^2 + 1} \in \mathbf{N}$
- B. 存在集合 A , 使得 $A \subseteq \emptyset$
- C. $\forall x \in \mathbf{N}, x^2 - 2x + 1 > 0$
- D. $\forall x \in \mathbf{R}, 3x^2 + 1 \neq 0$

9. 下列说法错误的是 ()

- A. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 > -1$ ”的否定是“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 < -1$ ”
- B. “ $x^2 > y^2$ ”是“ $x > y$ ”的既不充分也不必要条件
- C. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则“ $ax^2 + bx + c \geq 0$ 恒成立”的充要条件是“ $a > 0$, 且 $b^2 - 4ac \leq 0$ ”
- D. “ $a < 1$ ”是“关于 x 的方程 $x^2 + x + a = 0$ 有一个正根和一个负根”的必要不充分条件

三、填空题(本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分)

10. 命题“存在一个实数对 (x, y) , 使 $2x + 3y + 3 < 0$ 成立”的否定是 _____.

11. 已知 $A = \{x | |x| < 2\}$, $B = \left\{x \left| \begin{array}{l} x + 2 > 0, \\ x + a < 0 \end{array} \right. \right\}$, 若 $x \in A$ 是 $x \in B$ 的充分不必要条件, 则实数 a 的取值范围是 _____.

12. 对任意 $x \in \{x | -2 < x < 4\}$, 一次函数 $y = 2x - m$ 的图象总在 x 轴下方, 则实数 m 的取值范围是 _____.

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9
	10
	11
12	

四、解答题(本大题共 3 小题,共 43 分)

13. (13 分)判断下列命题是全称量词命题,还是存在量词命题,写出它们的否定并判断所得命题的真假.

- (1) $|a-b| \leq |a|+|b|$ 对一切实数 a, b 恒成立;
- (2) 至少存在一对整数 x, y , 使得 $8x-3y=11$ 成立;
- (3) 有些正方形的对角线不互相垂直.

14. (15 分)已知 p : 关于 x 的方程 $x^2-2ax+a^2+a-2=0$ 有实数根, $q: m-1 \leq a \leq m+3$.

- (1) 若 p 的否定是真命题, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 若 p 是 q 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

15. (15 分)已知 a, b, c 均为实数, 证明: “ $ac < 0$ ”是“关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一个正根和一个负根”的充要条件.